

Forces de llarg abast degudes a l'intercanvi de pseudoescalars

Francesc Ferrer*

Introducció

El model estàndard de les partícules elementals (ME) descriu, amb notable èxit experimental, tres de les quatre interaccions conegudes en la natura, usant el llenguatge de la teoria quàntica de camps (TQC), que atribueix les diferents interaccions a l'intercanvi de partícules mediadores. Així, els fotons són els causants de les interaccions electromagnètiques, els bosons vectorials W^\pm i Z^0 originen les febles, i els gluons es troben en l'arrel de les fortes.

D'altra banda, tot i no disposar d'una teoria quàntica consistent de la gravetat, en un sentit efectiu, aquesta interacció es pot entendre com la força que creen els intercanvis de gravitons.

En general, l'abast d'una interacció és proporcional a la longitud d'ona Compton de la partícula intercanviada, que és inversament proporcional a la seva massa. Electromagnetisme i gravetat tenen abast infinit, ja que tant fotons com gravitons tenen massa nul·la, mentre que les interaccions febles limiten els seus efectes a distàncies de l'ordre del radi nuclear, perquè els bosons W^\pm i Z^0 tenen masses de l'ordre dels 100 GeV/ c^2 . Una excepció a aquest comportament són les interaccions fortes: tot i que els gluons no tenen massa, el fenomen conegut com a *confinament* fa que siguin de curt abast. El comportament invers, és a dir, una força d'abast infinit mitjançada per una partícula massiva, no és possible.

Així doncs, qualsevol nova interacció de llarg abast requereix partícules lleugeres. Si ens limitem a les que coneixem, ens adonarem que, a part de fotons i gravitons, els neutrinos tenen una massa molt petita i poden donar lloc a efectes visibles a distàncies macroscòpiques. Si negligim la seva massa, com fa l'ME, trobarem que, efectivament, l'intercanvi de dos neutrinos origina un potencial, entre dos cossos separats una distància r , que es comporta asimptòticament com a r^{-5} . Comparant-lo amb el potencial r^{-1} , característic de la gravetat newtoniana, ens adonem de la feblesa d'aquesta interacció per a distàncies macroscòpiques. A més, en considerar la massa no nul·la, requerida per explicar el dèficit de neutrinos solars que arriben a la terra i el problema dels neutrinos atmosfèrics, aquest comportament es limita a

distàncies menors que m_ν^{-1} .

Malgrat que l'ME descriu prou bé la majoria d'experiments fets fins ara, presenta diversos problemes teòrics que fan que hom es plantegi l'estudi d'extensions d'aquest model per tal d'explicar les preguntes que aquest deixa obertes. A més, convé no oblidar que hi ha experiments discordants amb les seves prediccions, com ara els ja esmentats en el sector dels neutrinos. Una característica genèrica de moltes de les extensions més populars és la predicció de noves partícules connectades amb noves simetries de les lleis de la natura. En aquest sentit, convé destacar que qualsevol simetria global espontàniament trencada comporta l'aparició de partícules pseudoescalars de massa nul·la. Aquest resultat, conegut com a *teorema de Goldstone*, fa que ens centrem en aquest tipus de partícules que, de manera natural, poden donar lloc a forces de llarg abast.

El propòsit d'aquest article és l'estudi dels efectes de llarg abast independents de spin i originats per partícules pseudoescalars. Per a això, primer ens convé precisar la noció de potencial en la TQC. Això ho duem a terme en l'apartat proper juntament amb una descripció del mètode emprat per calcular-lo. En l'apartat següent apliquem el mètode esmentat al cas particular de l'intercanvi de pseudoescalars. A continuació es descriuran algunes aplicacions i la descripció dels límits deduïts en experiments de laboratori. Finalment exposem les nostres conclusions.

Potencials de llarg abast en la teoria quàntica de camps

En la mecànica quàntica no relativista, la dinàmica es determina solucionant l'equació de Schrödinger. Es tracta d'una equació diferencial per a la funció d'ona —aquesta funció complexa la interpretem físicament com l'amplitud de probabilitat que un sistema físic es trobi en un determinat estat. L'equació de Schrödinger requereix el coneixement del potencial, *ab initio*. Per exemple, en estudiar l'evolució d'un electró en un àtom d'hidrogen, hom ens ha de dir que el camp elèctric del protó fa que el potencial que hem d'introduir en l'equació de Schrödinger sigui $V \sim -e^2 Z/r$. En el context de la TQC, en canvi, el potencial no és donat *a priori*. En tot cas, es tracta d'un objecte derivat que cal definir i delimitar-ne l'ús abans de provar de calcular-lo. Al fi-

* **Francesc Ferrer** (Terrassa, 1973) és llicenciat en Física (1996) i treballa en el Grup de Física Teòrica i a l'Institut de Física d'Altes Energies de la Universitat Autònoma de Barcelona.

nal del procés, serem capaços de deduir, per exemple, el potencial electrostàtic entre electró i protó.

La TQC fa compatibles els principis de la teoria quàntica amb els de la relativitat especial. Això explica que, al costat dels electrons, en la natura hi trobem els positrons, les seves antipartícules. Cal admetre, però, que un electró pot desaparèixer per donar dos fotons en col·lisionar amb un positró. Per descriure aquests processos, cal abandonar la noció de funció d'ona d'una partícula i reinterpretar-la com a camp quàntic, com fa la TQC.

L'objecte fonamental que ens descriu la dinàmica és la densitat lagrangiana d'interacció, \mathcal{L}_{int} , que per als casos més senzills pren la forma d'un polinomi en els camps de les diferents partícules que interaccionen. Un cop fixada la forma de la interacció, l'aplicació de les regles de la TQC ens permeten de calcular l'amplitud de probabilitat associada a un determinat procés caracteritzat per unes partícules en l'estat inicial i final, que no han de coincidir necessàriament. Aquest marc més flexible permet, amb la mateixa expressió de \mathcal{L}_{int} determinant la interacció, calcular les amplituds de probabilitat associades a processos on les partícules poden desaparèixer o ser creades.

En general, com també és habitual en la mecànica quàntica, no és possible la solució exacta de la majoria de problemes físics i cal emprar sovint mètodes d'aproximació. Quan la interacció donada per \mathcal{L}_{int} es caracteritza per una constant d'acoblament, g , petita, s'empra un desenvolupament en teoria de pertorbacions. D'aquesta manera les amplituds de transició associades a un determinat procés es poden escriure com una sèrie de potències de la constant g i, en general, els primers termes de la sèrie dominen l'expansió.

En aquest article ens interessem pel potencial de llarg abast entre dos cossos A i B , separats per una distància r . El procés que convé estudiar, des del punt de vista de la TQC, és aquell en què en l'estat inicial i final hi ha les partícules A i B , és a dir:

$$A + B \longrightarrow A + B. \quad (1)$$

Aquests processos en què no hi ha creació o destrucció de partícules entre els estats inicial i final s'anomenen *elàstics* i en general parlarem de *col·lisió elàstica* per designar aquesta reacció. En el laboratori, les partícules A i B les observarem amb uns determinats quadrimoments inicials i finals que definim en el diagrama de la figura 1.

El cercle al centre de la figura representa la interacció entre les partícules inicials (que es troben en la part inferior del diagrama) per donar les finals. De moment no sabem res dels processos que es duen a terme dins d'aquest cercle. Més endavant, veurem com la TQC ens ensenya que hem d'anar dibuixant aquesta interacció si volem trobar l'amplitud de transició associada al procés en cada ordre de l'expansió en g .

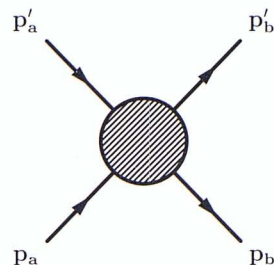


Figura 1: Col·lisió de les partícules A i B . Les partícules inicials en el procés es troben en la part inferior i les resultants de la reacció en la superior

Fixant-nos en el dibuix, i tenint present que en totes les reaccions s'ha de conservar el quadrimoment entre els estats inicial i final, $p_a + p_b = p'_a + p'_b$, veiem que podem formar tres combinacions diferents amb els quadrimoments. El seu quadrat seran tres escalars Lorentz, és a dir, prenen el mateix valor en qualsevol sistema de referència inercial, que reben el nom d'*invariants de Mandelcham*:

$$s = (p_a + p_b)^2, \quad t = (p_a - p'_a)^2 \equiv Q^2, \quad u = (p_a - p'_b)^2.$$

Aquests tres invariants no són independents, ja que es pot comprovar fàcilment que $s + t + u = 2m_a^2 + 2m_b^2$, de manera que en tenim prou amb els dos primers. Més endavant, veurem que podem escriure qualsevol amplitud de transició associada a la figura 1 en termes d'aquestes dues quantitats.

Per il·lustrar tot el que hem dit fins ara ens proposem de calcular el potencial "columbià" entre dues partícules carregades. Per simplificar l'exposició negligirem per ara els efectes de l'spin i suposarem que les partícules que interactuen tenen spin zero, fins i tot el "fotó", que anomenarem σ .

Comencem, doncs, tal com demana la TQC, donant la densitat lagrangiana d'interacció que originarà el potencial que cerquem:

$$\mathcal{L}_{int} = g\phi_A^\dagger \phi_A \sigma + g\phi_B^\dagger \phi_B \sigma.$$

Els camps ϕ representen les partícules de spin zero que experimenten la interacció, és a dir, les partícules A i B . El camp σ seria l'equivalent al fotó en les interaccions electromagnètiques, és a dir, representa la partícula que s'intercanvien A i B i que origina el potencial que cerquem. De moment, a diferència del fotó, suposarem que aquesta partícula té una massa m_σ diferent de zero.

Ara, hem d'aplicar les regles de la TQC per trobar l'amplitud d'interacció associada a la figura 1. Com ja hem dit, no la podem trobar exactament, sinó que en calcularem la sèrie de potències en termes de la constant g . El que ens permet la TQC és, donada \mathcal{L}_{int} , escriure el cercle de la figura 1, que representa la interacció com un conjunt de diagrames que representen simbòlicament la sèrie en termes de g . L'únic que ens cal és el vèrtex

fonamental a partir del qual podrem construir aquests dibuixos. En el nostre cas concret, si representem les partícules A i B per línies contínues i la σ per una línia de traços,¹ aquest vèrtex deduït a partir de \mathcal{L}_{int} el trobem en la figura 2.

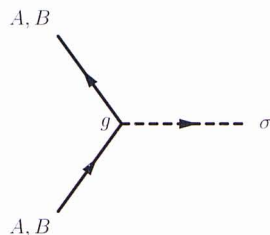


Figura 2: Vèrtex de la interacció $A,B - \sigma$. El valor del diagrama en termes d'amplitud de transició és g

En el punt on s'encreuen les tres línies, hi hem escrit la seva transcripció. És a dir, la teoria de pertorbacions en la TQC ens permet escriure la figura 1 com un conjunt de diagrames. Aquests diagrames tenen un valor associat segons unes regles precises, com per exemple el de la figura 2, que val g . Si transcrivim el conjunt de diagrames segons aquestes regles obtenim els diferents termes del desenvolupament, en sèrie de potències de g , de l'amplitud de transició del procés considerat.

Exemplifiquem-ho en el nostre cas. Recordem que les partícules inicials (a la part inferior del diagrama) i finals (a la superior) han de ser A i B perquè és aquest el procés que considerem. Amb l'ajut de la figura 2, el diagrama més senzill per al procés (1) és el que trobem en la figura 3.

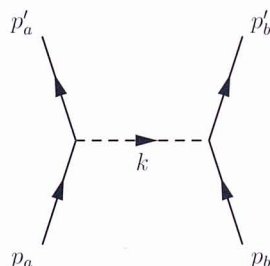


Figura 3: Diagrama corresponent al cas en què A i B s'intercanvien una partícula del tipus σ

La seva transcripció usant la informació de la figura 2 resulta:

$$\mathcal{M} \sim -\frac{i}{k^2 - m_\sigma^2} (ig)^2, \quad (2)$$

on la línia interna de la partícula σ ha resultat en el factor $i/(k^2 - m_\sigma^2)$. Aquest factor s'anomena *propagador* i apareix per a cada línia interna. Fixem-nos que $k = p_a - p'_a$ és el quadrimoment de la partícula σ , ja

¹Les regles habituals reserven les línies contínues a les partícules de spin 1/2. Nosaltres ens apartem momentàniament d'aquesta convenció per tal de distingir entre les diverses partícules de spin zero. En la secció següent, on A i B seran fermions, podrem utilitzar els mateixos diagrames.

que en cada vèrtex d'aquests diagrames la suma dels quadrimoments que hi arriben ha de coincidir amb els que en surten. En general, $k^2 \neq m_\sigma^2$. Aquest fet és habitual per a les partícules internes, que anomenarem *virtuals*. Direm que aquestes partícules no es troben sobre la capa de masses (quan $p_i^2 = m_i^2$, com passa per a totes les partícules inicials i finals, les anomenem *reals*). De manera que podem dir que la TQC ens descriu la interacció de la figura 1 com un seguit d'intercanvis de partícules virtuals entre A i B .

De moment ja tenim el primer terme en el desenvolupament en sèrie de l'amplitud de transició. El següent dibuix del desenvolupament de la figura 1 seria el que trobem en la figura 4.

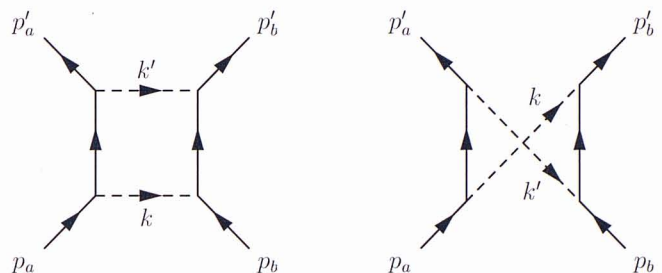


Figura 4: Diagrames corresponents al cas en què A i B s'intercanvien dues partícules del tipus σ . Per cada encreuament entre dues línies del tipus A,B i una del tipus σ , hi hem d'afegir un factor g en l'amplitud. Aquests diagrames, doncs, incorporaran un factor g^4

No ens cal, de moment, la contribució exacta a la sèrie de l'amplitud de transició. Només observem que hi trobem quatre vegades el vèrtex de la figura 2. Per tant, contindrà un factor g^4 . Aquest diagrama representa, per tant, el terme d'ordre g^4 en el desenvolupament de \mathcal{M} . A mesura que anem dibuixant diagrames més complicats, observarem que cada partícula intercanviada entre partícules inicials i finals ens fa aparèixer un factor de la constant d'acoblament al quadrat, g^2 , addicional en l'amplitud corresponent.

Val a dir que, en aquest desenvolupament diagramàtic hi ha termes en què, per exemple, la partícula inicial A emet i absorbeix una partícula σ que, per tant, no és intercanviada entre A i B . Aquest, entre d'altres, és un exemple de correccions radiatives que no originen efectes a distàncies grans i que en aquest article no considerarem.

Així, hem anat trobant els diferents termes de la sèrie de \mathcal{M} en termes de g (com veiem només conté termes parells, és a dir, g^{2n}). El mòdul al quadrat d'aquesta amplitud ens donaria la probabilitat associada al procés que podríem utilitzar, per exemple, per trobar la secció eficaç de la col·lisió. Nosaltres, però, en volem derivar un potencial de llarg abast.

Si ens limitem a la figura 3, o a ordre g^2 en el desenvolupament de \mathcal{M} , que correspondria a l'aproximació

de Born, llavors amplitud de transició en el límit no relativista i potencial són un la transformada de Fourier de l'altre (això es pot deduir, com veurem, comparant la secció eficaç calculada en mecànica quàntica no relativista i la que calcularíem en la TQC en el límit no relativista):

$$V(\mathbf{r}) = \int \frac{d^3\mathbf{Q}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}} \mathcal{M}_{Born}^{n.r.} \quad (3)$$

En el nostre cas, el límit no relativista correspondria a fer el quadrimoment transmès $q \approx (0, \mathbf{Q})$, amb la qual cosa:

$$\mathcal{M}_{nucl}^{n.r.} \sim -\frac{g^2}{m_\sigma^2 + Q^2}.$$

I ara podem fer fàcilment la transformada de Fourier per obtenir:

$$V_{nucl} = -\frac{g^2}{4\pi r} e^{-m_\sigma r}. \quad (4)$$

El factor $e^{-m_\sigma r}$ il·lustra el fet que l'abast de la interacció està limitat per l'invers de la massa de la partícula medidora. Si la partícula σ , com el fotó, tingués massa nul·la, aquest factor valdria 1 per a qualsevol distància i tindríem una força d'abast infinit.

El signe negatiu davant del potencial fa que aquest origini una interacció atractiva. De fet, el potencial (4) fou deduït per primera vegada l'any 1935 per Yukawa, que va proposar que d'aquesta manera es podrien mantenir units protons i neutrons en el nucli atòmic. Limitant l'abast del potencial a distàncies de l'ordre del radi atòmic, resulta que s'ha de verificar que $m_\sigma \sim 200$ MeV. Un candidat adequat per a aquesta interacció fou identificat l'any 1947 en descobrir-se els pions, tot i que aquests no són escalars, sinó pseudoescalars, i actualment s'empra una densitat lagrangiana diferent a la nostra, basada en la simetria d'isospin fort.

Si volguéssim tractar el cas habitual en què les partícules A i B tenen spin $1/2$, com si fossin per exemple neutrons, ens apareixerien els mateixos diagrames, però les amplituds associades anirien acompanyades d'un factor

$$\bar{u}(p'_A)u(p_A) \bar{u}(p'_B)u(p_B)$$

on $u(p)$ són spinors de Dirac. En el límit no relativista es verifica $\bar{u}_{A'}u_A \sim 1$ i trobem el mateix potencial en aquest cas. Com que en l'apartat següent aplicarem el mètode per al cas en què A i B siguin fermions, a partir d'ara suposarem que tenen spin $1/2$.

Hem obtingut, doncs, un potencial partint de la TQC que ara podríem introduir en l'equació de Schrödinger.

El resultat, però, no és del tot satisfactori per dos motius:

- No inclou correccions relativistes.
- No és fàcilment generalitzable a ordres superiors.

Les correccions relativistes les hauríem d'incloure a mà. De fet, hi ha diferents correccions d'aquest tipus. D'una banda, hi ha els efectes cinemàtics de reculada de les partícules A i B que hem negligit en aproximar q . De l'altra, amplituds de dues teories diferents poden tenir el mateix límit no relativista. Tot i que, en l'aproximació de Born, això no és cap problema, com veurem en el cas dels pseudoescalars, en general és crucial evitar aproximacions no relativistes de sortida.

Cal tenir present que les partícules mediadores d'una interacció no poden viatjar més ràpid que la llum. Un tractament no relativista que només consideri interaccions instantànies no serà satisfactori a grans distàncies. Un exemple clar d'aquest fet són les forces de Van der Waals entre dues molècules polaritzables. Aquestes forces són causades per l'intercanvi de dos fotons, en primera aproximació. Un càlcul primitiu efectuat per London l'any 1930 donava un comportament r^{-6} a grans distàncies. En incloure els efectes de retard, Casimir i Polder l'any 1948 van descobrir que el comportament adequat era r^{-7} . Feinberg i Sucher van generalitzar l'any 1970, amb els mètodes que aquí utilitzarem, aquest resultat per a molècules amb polaritzabilitats elèctrica i magnètica simultàniament.

Això fa que, quan anem a ordres superiors, la necessitat d'un nou mètode sigui evident. Així convé un altre procediment per trobar el potencial que resulta de la figura 4.

Per començar, les amplituds associades als diagrames d'ordre g^4 són divergents i cal emprar un delicat procés de regularització per extreure'n la part que dona lloc als efectes de llarg abast finits. A part, cal tenir present que l'amplitud d'ordre g^4 no ens porta directament al potencial $V^{(4)}$ per la via de (3), sinó que cal separar-ne efectes d'iteració del potencial $V^{(2)}$ que són d'aquest ordre.

És per tot això que l'ús de les tècniques de les relacions de dispersió desenvolupades per Feinberg i Sucher resulten clarament avantatjoses per calcular potencials en el context de la TQC. Tot seguit presentem un resum del mètode. Per una exposició més detallada vegeu Feinberg (1995), on també trobem un tractament rigorós de les forces de Van der Waals amb referències a la bibliografia original.

Bàsicament, la solució dels dos problemes plantejats passa per definir amb precisió què entenem per potencial i utilitzar les propietats d'analiticitat de les amplituds d'interacció per seleccionar-ne únicament la part rellevant pel que fa als efectes a distàncies grans.

Comencem per definir exactament què entenem per *potencial*. El primer que hem de fer és escollir una equació del tipus Schrödinger,

$$h \psi = E \psi, \quad (5)$$

on ψ és la funció d'ona de les partícules A i B . h el

podem escriure com $h_0 + V$, on h_0 descriu la propagació lliure d'A i B. V serà el potencial que cerquem. Suposarem que, igual que l'amplitud d'interacció, V admet un desenvolupament en sèrie de g^{2n} . Ara utilitzem els procediments habituals de la mecànica quàntica per trobar l'amplitud de difusió de les partícules A i B en termes del potencial genèric V . Com veurem, si escollim adequadament h_0 , el procediment és estrictament relativista. De moment tenim, doncs, una amplitud de transició calculada a partir de (5), que val:

$$T_{fi} = \langle \mathbf{p}', -\mathbf{p}' | V + V (W - h_0 - V + i\epsilon)^{-1} V | \mathbf{p}, -\mathbf{p} \rangle \frac{m_a m_b}{E_a E_b}. \quad (6)$$

Aquesta mateixa equació és la que es troba en els textos habituals de mecànica quàntica no relativista, amb el nom d'equació de Lippmann-Schwinger, quan és tracta la teoria de les col·lisions.

Paralelament, trobem, segons les regles que hem explicat en aquest apartat, l'amplitud de transició associada a la col·lisió calculada mitjançant la TQC.

El potencial ve definit implícitament de la manera següent: Quan solucionem l'equació (5) per estats de col·lisió l'amplitud de transició resultant, T^{pot} , ha de coincidir amb l'obtinguda a partir de la TQC en el sistema centre de masses de les partícules A i B.

Aquest requeriment es tradueix en un conjunt de relacions que defineixen el potencial pertorbatiu. En efecte, introduint el desenvolupament en sèrie del potencial, $V = V^{(2)} + V^{(4)} + \dots$, en (6) trobem que la igualtat entre amplituds de transició s'escriu:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}', -\mathbf{p}' | U^{(2)} | \mathbf{p}, -\mathbf{p} \rangle &= \mathcal{M}_{fi}^{(2)}, \\ \langle \mathbf{p}', -\mathbf{p}' | U^{(4)} | \mathbf{p}, -\mathbf{p} \rangle &= \mathcal{M}_{fi}^{(4)} - \langle \mathbf{p}', -\mathbf{p}' | U^{(2)} \\ &\quad (W - h_0 + i\epsilon)^{-1} \Lambda_{++} U^{(2)} | \mathbf{p}, -\mathbf{p} \rangle, \dots \end{aligned} \quad (7)$$

En les equacions anteriors, hem introduït U , que està relacionat amb el potencial segons $V = \Lambda_{++} U \Lambda_{++}$, on Λ_{++} són projectors d'energia positiva per a A i B en el cas que ens ocupa, que és el de partícules de spin 1/2. Aquest requeriment tècnic en la forma del potencial té el seu origen en el principi d'exclusió de Pauli, que prohibeix transicions a estats d'energia negativa ocupats. La nostra tasca serà trobar U i llavors, afegint els preceptius projectors, tindrem el potencial relativista cercat. Aquests projectors tenen una expressió en termes de les matrius de Dirac que no ens caldrà explicitar.

En la segona de les equacions de (7), podem observar l'efecte que el potencial $U^{(2)}$ té a ordre g^4 : com ja hem esmentat, el potencial $U^{(4)}$ no s'obté senzillament de $\mathcal{M}^{(4)}$, ja que aquesta amplitud arrossega contribucions d' $U^{(2)}$.

De l'elecció de l'equació (5) en depèn la precisió del potencial. Si per h_0 prenguéssim l'expressió no relativista de l'energia, $\mathbf{p}^2/(2m)$, que equivaldria a escollir

l'equació de Schrödinger habitual, retornaríem a l'aproximació (3) i, per tant, hauríem d'afegir correccions relativistes i els efectes dinàmics de l'spin *a posteriori*. És per això que en el cas de partícules de spin 1/2 convé escollir $h_0 = h_A + h_B$, on $h_i = -\alpha \cdot \mathbf{p} + \beta m_i$ és l'hamiltonià lliure de Dirac. D'aquesta manera tindrem assegurat un tractament relativista. Eventualment podrem fer un límit no relativista del potencial trobat per tal d'introduir-lo en l'equació de Schrödinger, si el problema físic ho aconsella, però, en qualsevol cas, no hi estem obligats *a priori*.

Ja tenim definit el que entendrem per *potencial* de manera precisa. En principi, doncs, les equacions (7) permeten calcular de manera iterativa el potencial a l'ordre desitjat. Tot i això, ens agradaria tenir el nostre potencial en l'espai de coordenades i, en canvi, les equacions (7) ens el determinen en la representació de moments. Hauríem, doncs, de fer una transformada de Fourier inversa per trobar $U^{(n)}(r)$ tal que,

$$\langle \mathbf{p}', -\mathbf{p}' | U^{(n)} | \mathbf{p}, -\mathbf{p} \rangle = \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{Q} \cdot \mathbf{r}} U^{(n)}(r). \quad (8)$$

Invertir l'equació anterior requereix conèixer \mathcal{M} per a tots els valors de \mathbf{Q} . Malauradament, només tenim l'amplitud per $\mathbf{p}^2 = \mathbf{p}'^2$.

La solució a aquest problema es troba en l'ús de les propietats d'analicitat que, de manera general, compleixen les amplituds de Feynman quan les escrivim en termes dels invariants de Mandelstam. Si considerem $\mathcal{M}(s, t)$ com una funció de la variable complexa t per s fixat, veurem que obtenim una funció analítica a tot arreu, llevat de singularitats en l'eix real $\Re t$ (determinades per les masses de les partícules). Això ens permet prolongar analíticament les equacions (7) fora de la regió física del procés i invertir l'equació (8).

Encara podem aprofitar més l'estructura analítica de $\mathcal{M}(s, t)$ per, tot usant el teorema de Cauchy, expressar

$$\mathcal{M}(s, t) = \frac{1}{\pi} \int dt' \frac{\rho(s, t')}{t' - t},$$

on

$$\rho(s, t) = \frac{[\mathcal{M}]_t}{2i} \equiv \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\mathcal{M}(s, t + i\epsilon) - \mathcal{M}(s, t - i\epsilon)}{2i}$$

és la discontinuïtat al llarg del tall de branca de l'eix $\Re t$. Un estudi detallat mostra que únicament la part de $\rho(s, t)$ corresponent al segment $\Re t \geq 0$ contribueix al potencial de llarg abast. De manera que, si en $t = t_0 \geq 0$ comencen les singularitats en l'eix $\Re t \geq 0$, només cal introduir en (7) la part corresponent a aquesta regió:

$$\mathcal{M}^{(n)} = \frac{1}{\pi} \int_{t_0}^{\infty} dt' \frac{\rho^{(n)}(s, t')}{t' - t}. \quad (9)$$

D'aquesta manera, estudiant quines propietats tenen les amplituds de transició en el pla complex t , hem aconseguit seleccionar la part de \mathcal{M} que origina el potencial

de llarg abast. Veiem, doncs, que no cal conèixer completament \mathcal{M} , sinó només la discontinuïtat al llarg del semieix real positiu t . Aquesta part resultarà que és finita pel que fa als diagrames de la figura 4, malgrat que \mathcal{M} en conjunt no ho sigui. D'aquesta manera haurem solucionat un altre problema del procediment habitual.

Una integral de la forma (9) aparegué ben aviat en l'estudi de la interacció de la llum amb la matèria, en el context de les anomenades relacions de dispersió de Kramers-Kronig, relacionant la part real de l'índex de refracció amb una integral sobre la part imaginària. És per això que aquest tipus d'equacions s'anomenen de manera genèrica *relacions de dispersió*, tot i que una terminologia més adequada que reflecteixi la connexió entre la seva forma i l'espectre d'estats accessible als sistemes en interacció és *representació espectral*; ρ és coneguda com a *funció espectral*.

Introduint (9) en (7) obtenim,

$$U^{(n)}(r; s) = \frac{1}{4\pi^2 r} \int_{t_0}^{\infty} dt \rho^{(n)}(s, t) e^{-\sqrt{t}r}, \quad (10)$$

on en $\rho^{(n)}(s, t)$ s'entén que s'hi han efectuat les prescriptives subtraccions dels potencials d'ordre inferior a n .

Quan les partícules mediadores de la força són de massa nul·la, $t_0 = 0$, llavors (10) esdevé una transformada de Laplace. En aquest cas, a més, $\rho^{(n)}(s, t)$ admet una representació en sèrie de Laurent al voltant de $t = 0$. La corresponent transformada de Laplace origina potencials del tipus $\frac{1}{r^k}$ de llarg abast, tal com es pot veure emprant el resultat:

$$\int_0^{\infty} t^n e^{-\sqrt{t}r} dt = \frac{2(2n+1)!}{r^{2n+2}}.$$

La presència de l'exponencial fa que per a r grans, la contribució al potencial de llarg abast es trobi principalment en la zona $t \sim 0$ de $\rho^{(n)}(s, t)$.

Encara hi ha una altra propietat en TQC que ens serà útil: la unitarietat de la matriu S . Té el seu origen en l'hermiticitat de l'hamiltonià o, de manera equivalent, en la conservació de la probabilitat. Com a conseqüència directa d'aquesta propietat, se'n dedueix el conegut teorema òptic que té el seu equivalent en la mecànica quàntica no relativista, i també les regles de Cutkosky, que ens permeten calcular les discontinuïtats de les amplituds de manera senzilla. Així doncs, a nosaltres, que només necessitem discontinuïtats, ens serà extremadament útil.

El mètode per obtenir la discontinuïtat al llarg d'un tall de branca, associat al fet que els denominadors d'un o més propagadors de partícules intercanviades s'anul·lin, consisteix a reemplaçar:

$$\frac{1}{k^2 + i\epsilon} \rightarrow -2\pi i \delta(k^2) \theta(k^0), \quad (11)$$

on $\theta(x)$ representa l'habitual funció esglaó. La funció δ fa que les partícules intercanviades es trobin sobre la capa de masses, $p^2 = m^2 = 0$, és a dir, que siguin reals, tot i ser partícules internes en els diagrames. Podem dir que la part de \mathcal{M} que origina forces de llarg abast correspon a la regió en què les partícules intercanviades són reals. Això té una explicació física: en general la interacció entre dues partícules comporta una transferència de quadrimoment entre si. La TQC representa aquesta interacció com la creació i posterior destrucció de partícules intermèdies que en general no compleixen $p_i^2 = m_i^2$. Aquestes partícules s'anomenen virtuals perquè no les detectem en els estats inicial i final de la reacció. Si tenim dos cossos separats per una distància macroscòpicament gran i que interaccionen intercanviant-se partícules, aquestes, tot i que seran virtuals i hauran d'existir durant tot el llarg trajecte i en molt bona aproximació, asimptòticament seran reals. No és estrany, doncs, que la contribució a les forces de llarg abast provingui d'aquest sector.

Podem aplicar aquest mètode per retrobar (4). Usant (11) en (2) trobem:

$$\left[\mathcal{M}^{(2)} \right]_t = -g^2 \pi \delta(t - m_\sigma^2) \theta(q^0).$$

Una transformada de Laplace trivial ens porta a (4).

Els avantatges de l'aplicació de les regles de Cutkosky es fan paleses en requerir les discontinuïtats associades a la figura 4. Dels diagrames en forma de caixa només en necessitem la part imaginària que, com hem vist, s'obté agafant les σ intercanviades sobre la capa de masses, de manera que no cal calcular tot el diagrama, sinó simplement trobar les amplituds anomenades *Compton* per analogia amb la col·lisió electromagnètica d'electrons sobre fotons que es dibuixa de manera similar, com veiem en la figura 5.

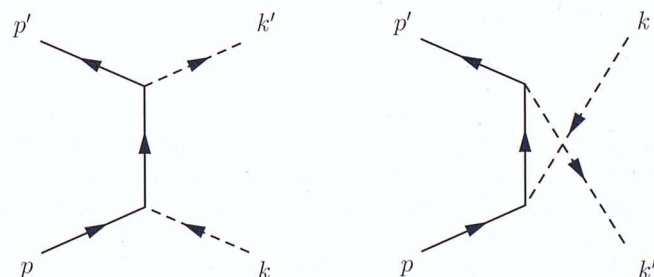


Figura 5: *Diagrames corresponents a l'amplitud Compton. Les partícules σ ara són reals. L'amplitud associada a aquests dos diagrames l'anomenem $\mathcal{M}^C(k, k'; P)$, on $P = p + p'$*

Com podem veure, els diagrames de la figura 5 resulten de "tallar" els de la figura 4 per les línies corresponents a la σ . És per això que les regles de Cutkosky són conegudes col·loquialment com a "regles de tall" (*cutting*

rules). En general, existeix un procediment gràfic per escriure la discontinuïtat de l'amplitud d'un diagrama que permet, mitjançant l'aplicació de determinats tall, escriure la discontinuïtat com l'amplitud dels diagrames tallats. D'aquesta manera, la discontinuïtat de la figura 4 la trobem, tallant adequadament, com l'amplitud total de la figura 5.

La discontinuïtat que ens cal resulta, en termes d'amplituds Compton:

$$\left[\mathcal{M}^{(4)}\right]_t = \frac{-i}{2!(2\pi)^2} \int d^4k d^4k' \delta^{(4)}(Q - k - k') \delta(k^2) \theta(k^0) \delta(k'^2) \theta(k'^0) \mathcal{M}_a^C(-k, k'; P_a) \mathcal{M}_b^C(k, -k'; P_b). \quad (12)$$

L'únic que hem fet és reemplaçar propagadors de la σ per la δ de Dirac.

I ara ja és evident l'avantatge del mètode. La difusió Compton és un procés d'arbre i, per tant, l'amplitud associada és finita, com la de la figura 3. El diagrama de la figura 4 donava una amplitud infinita, perquè contenia un circuit tancat. Hem vist, doncs, que en seleccionar-ne la discontinuïtat al llarg del tall de branca de l'eix real positiu t , i usar les regles de Cutkosky per calcular-la, tallem aquest circuit tancat i les divergències associades.

En resum, el mètode de les relacions de dispersió desenvolupat per Feinberg i Sucher es basa en una definició acurada del potencial, escollint una equació relativista que alhora permet sostreure els efectes de la iteració de potencials d'ordre inferior. Aprofitar, a més, les propietats d'analicitat i unitarietat de les amplituds de Feynman expressades en termes dels invariants de Mandelstam s i t permet trobar els potencials, efectuant transformades de Laplace de la part imaginària de l'amplitud. És només aquesta part la que contribueix al potencial de llarg abast i fa innecessària la regularització, ja que, a ordre g^4 és finita, malgrat que l'amplitud en conjunt no ho sigui.

Tot seguit calcularem el potencial de llarg abast fins a ordre g^4 causat per l'intercanvi de dos pseudoescalars. El desenvolupament diagramàtic coincideix amb el d'aquesta secció i només canvia l'amplitud associada, ja que les regles de Feynman són diferents. Com hem vist, només necessitarem les amplituds Compton associades als diagrames de la figura 5, que seran finits.

Potencial degut a l'intercanvi de pseudoescalars

Tot seguit ens interessem pels efectes independents de spin que sorgeixen quan dues partícules de spin 1/2, com ara dos neutrons, s'intercanvien pseudoescalars de massa nul·la. Com hem vist en l'apartat anterior, si tinguessin massa apareixerien funcions exponencials que esmorteirien el potencial per a distàncies majors que m^{-1} .

Ja hem vist en l'apartat anterior que quan dues partícules s'intercanvien un quàntum de spin zero,

com ara la σ , apareixen potencials del tipus r^{-1} , que són asimptòticament com el gravitatori o el columbià. Aquesta intensitat fa que la presència de nous escalars sigui seriosament improbable, ja que els seus efectes s'haurien d'haver vist de manera notable en la natura. De manera que la constant g hauria de ser molt petita per evadir els límits experimentals de què disposem fins ara, o bé l'escalar ser prou massiu perquè els efectes es limitin a distàncies negligibles.

D'altra banda, en diverses extensions teòriques apareixen partícules pseudoescalars que resulten tenir massa nul·la, o molt petita. És important, doncs, estudiar quins efectes de llarg abast originen, ja que podrien ser observables, o significar que hem de descartar el model, ja que no els podem observar. Recordem que l'adjectiu *pseudoescalar* es refereix al comportament del camp associat sota transformacions de paritat. Així, aquestes partícules vénen descrites per camps que resten invariants sota transformacions de Lorentz pròpies (*boosts* i rotacions), però, a diferència de la σ considerada en l'apartat anterior, adquireixen una fase en fer una inversió d'eixos, com ara $x \rightarrow -x$. L'spin d'aquestes partícules és zero per la seva condició d'escalars de Lorentz.

El primer que ens cal és veure com es descriuen les interaccions de les partícules A i B de spin 1/2 amb una partícula pseudoescalar. La interacció més senzilla entre un camp pseudoescalar Φ (que prenem de massa nul·la) i dos fermions Ψ és la descrita per la densitat lagrangiana:

$$\mathcal{L}_{int}^Y = -ig \bar{\Psi}(x) \gamma^5 \Psi(x) \Phi(x),$$

que anomenarem *acoblament Yukawa*. Aquí la matriu de Dirac γ^5 s'escriu, en termes de les habituals quatre matrius de Dirac com,

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3.$$

En el cas de l'intercanvi d'un sol pseudoescalar esperariem un potencial del tipus $\propto \frac{1}{r}$, com en la secció anterior. El desenvolupament diagramàtic del procés és el mateix. La funció espectral associada a l'intercanvi d'un pseudoescalar, representat en la figura 3, resulta:

$$\rho^{(2)}(s, t) = \pi g^2 \bar{u}(p'_a) \gamma^5 u(p_a) \bar{u}(p'_b) \gamma^5 u(p_b) \delta(t).$$

Un cop feta la preceptiva transformada de Laplace trobaríem el potencial relativista,

$$U^{(2)} = \frac{g^2}{4\pi r} \gamma_a^0 \gamma_a^5 \gamma_b^0 \gamma_b^5, \quad (13)$$

on els subíndexs indiquen que les matrius de Dirac actuen entre spinors de la partícula A o B .

El límit no relativista origina el conegut potencial dependent de spin:

$$V_{nr}^{(2)} = \frac{g^2}{4\pi r (2m_a)(2m_b)} \sigma_a \cdot \nabla \otimes \sigma_b \cdot \nabla, \quad (14)$$

on σ són en aquesta equació les conegudes matrius de Pauli.

Com veiem, efectivament obtenim un potencial de llarg abast. Malauradament, depèn de l'spin de les partícules A i B . Això és un reflex de l'acoblament de tipus γ_5 que, en el límit no relativista, canvia l'spin del fermió que emet o absorbeix el pseudoescalar. Així, si féssim un límit no relativista de la densitat lagrangiana que estem utilitzant trobaríem,

$$\mathcal{L}^{nr} \sim g\xi^\dagger \sigma \xi \nabla \phi,$$

on hem suposat que les partícules A i B són infinitament massives i poden ser descrites per spinors de Pauli, ξ , de dues components. Aquesta densitat només permet transicions en què l'spin de la partícula A i B canvii entre els estats inicial i final.

Els cossos macroscòpics en general són despolaritzats, és a dir $\langle \sigma \rangle = 0$, de manera que la mitjana d'aquesta força és nul·la.

És per això que ens interessem pels eventuais efectes independents de l'spin que apareixen quan dos pseudoescalars són intercanviats. El canvi de spin provocat per l'emissió (absorció) d'un pseudoescalar pot ser compensat per l'emissió (absorció) successiva del segon.

Com hem vist en l'apartat anterior, la part necessària per trobar $U^{(4)}$ és l'amplitud associada als diagrames Compton de la figura 5. En el cas de l'acoblament Yukawa trobem:

$$\mathcal{M}^C(k, k'; P) = g^2 \bar{u}(p') \left[\frac{\not{k}}{2 p \cdot k} + \frac{\not{k}'}{2 p \cdot k'} \right] u(p), \quad (15)$$

on el símbol \not{k} significa $k^\mu \gamma_\mu$. Introduïda convenientment en l'equació (12) permet, després de sostreure els efectes de (13) d'acord amb (7), arribar al potencial relativista següent:

$$U^{(4)}(r; s) = \frac{g^4}{16\pi r^3} \bar{u}'_a \bar{u}'_b \left\{ -\frac{(m_a + m_b)\gamma_b^0 - m_b}{6m_a^2 m_b} - \frac{(m_a + m_b)\gamma_a^0 - m_a}{6m_a m_b^2} + \frac{\gamma_a^\mu \gamma_\mu^b}{4m_a m_b} - \frac{m_a m_b + ((m_a + m_b)\gamma_a^0 - m_a)((m_a + m_b)\gamma_b^0 - m_b)}{12m_a^2 m_b^2} \right\} u_a u_b.$$

En el límit no relativista, a part de termes dependents de spin, trobem el potencial següent :

$$V_{y;nr}^{(4)} = -\frac{g^4}{64\pi^3 r^3 m_a m_b} \mathbf{1}_2^a \otimes \mathbf{1}_2^b. \quad (16)$$

Aquest operador s'entén que actua entre spinors de Pauli de dues components. Com veiem, de fer la mitjana sobre cossos macroscòpics, en resultarà un efecte net proporcional a $1/r^3$.

Els detalls dels càlculs es troben a Ferrer (1998). L'esquema general és el que s'ha presentat en la secció anterior. Cal esmentar que tant $[\mathcal{M}^{(4)}]_t$ com $[\mathcal{M}^I]_t$ (part provinent de la iteració de $V^{(2)}$), tenen part real i imaginària. La part real es pot calcular exactament i resulta igual, però atès que $\rho^{(4)} = ([\mathcal{M}^{(4)}]_t - [\mathcal{M}^I]_t)/(2i)$, es cancel·la exactament la possible generació d'un potencial imaginari no hermític. Les parts imaginàries que donen lloc al potencial de llarg abast no es poden calcular exactament i s'han de desenvolupar en sèrie. La necessitat de la subtracció de $[\mathcal{M}^I]_t$ es manifesta en el fet que la sèrie de $[\mathcal{M}^{(4)}]_t$, al voltant de $t = 0$, conté termes que són més singulars que $1/\sqrt{t}$ i, per tant, significarien l'aparició de divergències infrarojes. Tots els termes d'aquest tipus són cancel·lats exactament en sostreure $[\mathcal{M}^I]_t$.

Hem vist, doncs, que l'intercanvi de dos pseudoescalars fa aparèixer un potencial de llarg abast atractiu que, asimptòticament es comporta com $1/r^3$.

Hem emprat l'acoblament Yukawa amb els fermions. Encara hi ha un altre acoblament possible:

$$\mathcal{L}_{int}^{der} = \frac{g}{2m} \bar{\Psi}(x) \gamma_\mu \gamma^5 \Psi(x) \partial^\mu \Phi(x).$$

Aquest acoblament és el natural per a bosons de Goldstone en acoblar-se a fermions. Aquests bosons apareixen cada cop que una simetria global es trenca espontàniament. Aquest fet és habitual en extensions teòriques de ME. La propietat important per a nosaltres és que el teorema de Goldstone ens assegura que han de tenir massa nul·la.

El potencial degut a l'intercanvi d'un pseudoescalar coincideix amb (13). El fet que el límit no relativista de les densitats lagrangianes sigui el mateix i que els vèrtexs γ_5 d'una banda i $\not{p}\gamma_5$ de l'altra, coincideixin en actuar entre spinors que satisfan l'equació de Dirac, com passa en el diagrama corresponent a l'intercanvi d'un pseudoescalar, fa possible aquesta igualtat.

L'amplitud Compton associada a l'emissió de dos pseudoescalars conté una línia fermiònica interna que fa que els dos acoblaments difereixin. En el cas de l'acoblament derivatiu trobem, a diferència de (15):

$$\mathcal{M}^C(k, k'; P) = g^2 \bar{u}(p') \left[\frac{\not{k}}{2 p \cdot k} + \frac{\not{k}'}{2 p \cdot k'} - \frac{1}{m} \right] u(p).$$

L'aparició d'aquest darrer terme proporcional a $1/m$ canvia radicalment el resultat: genera una contribució igual a (16), però de signe contrari. Això fa que sigui necessari considerar ordres superiors en els desenvolupaments en sèrie al voltant de $t = 0$ per tal de trobar els primers efectes no nuls. El terme dominant independent de spin resulta, ja en el límit no relativista (Ferrer, 1998):

$$V_{der;nr}^{(4)} = \frac{3g^4}{128\pi^3 m_a^2 m_b^2} \frac{1}{r^5}. \quad (17)$$

Com veiem, l'acoblament derivatiu implica una interacció repulsiva en comptes d'atractiva, com en el cas de Yukawa, i que asimptòticament és molt més feble: $\sim 1/r^5$.

Malauradament, doncs, els bosons de Goldstone, que tenen més atractiu teòric, provoquen uns efectes independents de spin molt més febles que els pseudoescalars amb acoblament Yukawa a fermions.

Conseqüències experimentals

Fins ara hem vist que els pseudoescalars originen interaccions que són de llarg abast i que no s'anul·len fer la mitjana sobre cossos macroscòpics despol·litzats. Hom es planteja si aquests efectes poden ser útils per tal de determinar la presència de pseudoescalars o, en tot cas, posar límits a la seva constant d'acoblament si no observem aquestes forces.

Cal esmentar que els efectes dels pseudoescalars no es limiten a les forces de llarg abast independents de spin. Per començar, recordem que també hi ha efectes dependents de spin (14). El problema principal a l'hora d'estudiar aquests efectes en el laboratori és el fet que, requerint mostres amb una polarització neta dels electrons, no podem evitar que també interaccionin electro-magnèticament. En general, els efectes electromagnètics sobrepassen en diversos ordres de magnitud els associats a hipotètiques interaccions de llarg abast. És per això que materials especials com ara $\text{Dy}_6\text{Fe}_{23}$ són necessaris i, tot i això, únicament una petita fracció de les mostres hi contribueix. La situació pel que fa a l'acoblament a nucleons encara és més limitada. Malgrat això, el límit de laboratori per a l'acoblament de pseudoescalars a electrons provinents d'aquests experiments ens dona les cotes més restrictives:

$$\frac{g_e^2}{4\pi} \leq 10^{-16}.$$

Quan el que ens ocupa és l'acoblament a nucleons, protons o neutrons, aquests efectes deixen de ser competitius. En aquest cas, els experiments efectuats per tal de detectar desviacions del principi d'equivalència (PE) o del comportament $\sim 1/r^2$ de la gravitació, que són sensibles als efectes independents de spin que tot just hem estudiat, procuren les cotes més estrictes.

En els experiments que comproven la validesa del PE, generalment es disposa d'un objecte 1 respecte del qual es mesuren les acceleracions relatives de les mostres 2 i 2' de composicions diferents. L'experiment més precís fins ara compara les acceleracions de cossos de Cu i Pb vers una mostra de 2.620 kg d'U. El resultat, amb una precisió d'1 σ ,

$$|\Delta a_{2-2'}| < 6,4 \times 10^{-13} \text{ cm/s}^2$$

porta a la restricció sobre l'acoblament de pseudoescalars amb acoblament Yukawa a protons, g_p , i neutrons,

g_n (Fischbach, 1999):

$$(9,6g_p^2 + 15,3g_n^2) |0,05925g_p^2 - 0,05830g_n^2| \leq 6,4 \times 10^{-13}. \quad (18)$$

D'aquí podem extreure'n límits sobre g_p^2/g_n^2 . Si volem acotar g_p^2 o g_n^2 separatament, ens cal fer hipòtesis addicionals com ara:

$$\begin{aligned} g_p^2 \gg g_n^2 &\longrightarrow \frac{g_p^2}{4\pi} \leq 9 \times 10^{-8}, \\ g_n^2 \gg g_p^2 &\longrightarrow \frac{g_n^2}{4\pi} \leq 7 \times 10^{-8}. \end{aligned}$$

Val a dir que el mateix tipus d'experiments usant mostres de Li i Ru podria acotar g_p^2 i g_n^2 separatament sense suposicions afegides (Fischbach, 1999). La diferència rau en el signe relatiu de ΔN i ΔZ entre les dues mostres emprades, on N i Z són el nombre de nucleons i protons, respectivament. El signe menys dins el valor absolut de (18) es convertiria en positiu i permetria cotes absolutes. Malauradament, aquest experiment encara no s'ha dut a terme.

L'altre tipus d'experiments que considerem és el que prova de descobrir desviacions en el comportament $1/r^2$ de la gravetat. En un experiment genèric, una mostra cilíndrica de Cu se suspèn mitjançant una fibra de torsió en l'interior d'un cilindre buit i llarg d'acer. Es pot demostrar que en el cas de cilindres infinitament llargs la massa de Cu experimentaria una força provinent del cilindre d'acer únicament en el cas que la interacció no fos purament $1/r^2$. Els efectes deguts a la longitud finita dels cilindres són petits i calculables, i es pot usar l'experiment per posar límits a g_p^2 i g_n^2 . Els resultats obtinguts, també a 1 σ , són (Fischbach, 1999):

$$\begin{aligned} \frac{g_p^2}{4\pi} &\leq 1,6 \times 10^{-7} \\ \frac{g_n^2}{4\pi} &\leq 1,6 \times 10^{-7}. \end{aligned}$$

L'avantatge principal és que aquests experiments ens donen cotes absolutes sense haver de fer suposicions sobre el pes relatiu de g_p i g_n . El límit sobre g_p^2 també és dos ordres de magnitud millor que els provinents d'estudis de l'espectre molecular del H_2 . Val a dir que el límit sobre g_n és l'únic que actualment prové d'un laboratori terrestre.

Totes aquestes cotes es refereixen a l'acoblament Yukawa dels pseudoescalars a fermions. Els efectes de bosons de Goldstone, acoblats derivativament com hem vist, són molt més febles i, de fet, els experiments terrestres no aporten en absolut restriccions a la constant d'acoblament (podria ser més gran que 1 amb la qual cosa no tindria sentit el tractament pertorbatiu).

En aquest sentit convé no oblidar els efectes dels pseudoescalars en l'estructura estel·lar [vegeu per un estudi exhaustiu d'aquests afers Raffelt (1996)]. La feblesa

de les interaccions amb la matèria ordinària fa que els que són produïts en l'interior dels estels escapin immediatament. Això els converteix en una causa de refredament al costat dels neutrinos. L'estudi de l'evolució estel·lar posa límits superiors a la influència de noves partícules que s'enduen energia de l'interior dels estels. El pseudoescalar més estudiat en el context astrofísic és l'axió, que apareix en la solució de Peccei-Quinn al problema de la no-violació de CP en les interaccions fortes. Malgrat tot, els límits astrofísics poden ser adaptats a pseudoescalars genèrics sense complicacions. L'acoblament de pseudoescalars a electrons es pot acotar superiorment estudiant la influència en l'edat del Sol, el temps de vida mitjana dels estels en la branca horitzontal, etc.

El límit més estricte, però, prové d'estudiar la influència en la massa del nucli dels estels gegants roigs de massa petita en l'instant en què s'inicia la ignició del He. La cota superior deduïda és (Raffelt, 1996):

$$\frac{g_e^2}{4\pi} \leq 0,5 \times 10^{-26}.$$

Pel que fa a l'acoblament a nucleons, resulta menys restrictiu:

$$\frac{g_{n,p}^2}{4\pi} \leq 1,5 \times 10^{-22}.$$

Per tant, els límits astrofísics són uns quants ordres de magnitud superiors als deduïts en laboratoris terrestres. Malgrat tot, és interessant observar que, en aquests darrers, les cotes a g_p i g_n més estrictes s'obtenen de l'estudi experimental de les forces de llarg abast descrites en aquest article.

Val a dir també que els experiments fins ara realitzats en l'àmbit del PE o del comportament $1/r^2$ no estaven directament orientats a la influència dels pseudoescalars. De manera que una elecció òptima de la composició de les mostres, com ja hem dit, milloraria fàcilment els resultats reconfigurant els experiments existents.

Conclusions

En aquest article hem estudiat les forces de llarg abast que apareixen per la presència de pseudoescalars lleugers acoblats a fermions.

Quan un sol pseudoescalar és intercanviat, únicament sorgeixen efectes dependents de spin que s'anul·len

Bibliografia

- FEINBERG, G., SUCHER, J. i AU, C. K., *Phys. Rep.*, **180**, 85 (1989); FEINBERG, G. i SUCHER, J., *Long-Range Casimir Forces: Theory and Recent Experiments in Atomic Systems*, editat per Frank S. Levin i David A. Micha, Plenum Press (New York, 1993).
- FERRER, F. i GRIFOLS, J. A., *Phys. Rev.*, **D58**, 096006 (1998).
- FISCHBACH, E. i KRAUSE, D. E., *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 4753 (1999); FISCHBACH, E. i KRAUSE, D. E., hep-ph/9906240.
- RAFFELT, G., *Stars as Laboratories of Fundamental Physics*, Chicago University Press (Chicago, 1996).

en fer la mitjana sobre cossos macroscòpics. Els primers efectes independents de spin apareixen quan dos pseudoescalars són intercanviats, ja que el canvi de spin forçat per l'emissió del primer pot ser compensat pel segon.

Hem vist que la forma d'aquestes interaccions depèn de l'acoblament utilitzat. Un acoblament de tipus Yukawa entre fermions i pseudoescalars porta a una interacció atractiva que asimptòticament decau com $\sim 1/r^3$, mentre que l'acoblament derivatiu, indicat per bosons de Goldstone, origina potencials repulsius, però molt més febles, decaient com $\sim 1/r^5$.

L'estudi d'aquests efectes no hauria estat possible sense l'ús de la TQC i un tractament relativista dels potencials derivats com el descrit. Val a dir que, tot i que el límit no relativista de les dues densitats lagrangianes d'interacció és el mateix, hem vist que el potencial no relativista que generen no coincideix. Això demostra la necessitat de no fer aproximacions no relativistes de bon principi.

Hem estudiat els límits experimentals a les constants d'acoblament entre pseudoescalars i electrons, protons i neutrons que es dedueixen de la no-observació d'efectes de llarg abast en experiments sobre el PE i el comportament $1/r^2$ de la gravitació. Aquests efectes són els que donen els límits més estrictes a g_p i g_n pel que fa a experiments terrestres en el cas de l'acoblament Yukawa, però no aporten res al cas derivatiu. Malgrat tot, l'efecte dels pseudoescalars en l'evolució d'objectes astrofísics dona límits que són diversos ordres de magnitud més restrictius.

Per acabar, recordem que la millora dels experiments terrestres actuals, adaptant la composició de les mostres al problema concret, en un futur pot descobrir la presència d'algun pseudoescalar o bé descartar-ne l'existència d'altres predits en moltes extensions de l'ME. D'aquesta manera les forces de llarg abast generades contribuirien a discernir els diversos models teòrics que hi ha actualment.

Agraïments

Aquest treball és fruit d'investigacions dutes a terme juntament amb J. A. Grifols, a qui voldria agrair el seu ajut i col·laboració. També voldria agrair l'ajut econòmic del Comissionat per a Universitats i Recerca de la Generalitat de Catalunya.